

Relatività e Meccanica Quantistica: concetti e idee

Relativity and Quantum Mechanics: concepts and ideas



Settimana 4

La Meccanica Quantistica

Gli inizi – Planck, Einstein, Bohr – De Broglie: le particelle sono anche onde

Carlo Cosmelli



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

coursera

Anno 1900: fatti che non tornano, che non si spiegano



- ❖ Il colore degli oggetti «caldi» in funzione della temperatura.
- ❖ La quantità di radiazione elettromagnetica, di energia radiante, che esce da un corpo nero (\sim un forno caldo): il calcolo fornisce un valore infinito.
- ❖ L'elettrone gira intorno al nucleo senza caderci dentro, perché?
- ❖ Le proprietà **assolutamente costanti** degli elementi.
 - ❖ Gli spettri di emissione/assorbimento: 
- ❖ Le differenze di comportamento fra i vari elementi: perché, in un atomo, 1 solo elettrone in meno fa molta più differenza che molti elettroni in meno? Esempio: $\text{Xe}^{54} \neq \text{I}^{53}$; ma $\text{Xe}^{54} \cong \text{Kr}^{36}$.
- ❖ L'effetto fotoelettrico.

La Meccanica Quantistica e la Relatività sono due teorie, entrambe rivoluzionarie e che hanno cambiato la nostra visione del mondo. Tuttavia c'è una differenza fondamentale fra le due.

La Relatività modifica la nostra visione dello Spazio-Tempo, può sembrarci strano che i tempi e gli spazi siano relativi...ma quello che succede non è assurdo: abbiamo oggetti più corti....tempi dilatati, ma non sono misure «impossibili».

La MQ, invece, introduce delle spiegazioni talvolta «incomprensibili», la sua logica non è quella a cui siamo abituati, spesso potremo solo accettare le sue previsioni, senza doverle necessariamente capire fino in fondo.

Questa è la ragione per cui molti fisici non l'hanno accettata, o la rifiutano in toto, o cercano teorie alternative.



La Meccanica Quantistica

Nasce nel 1900 con un articolo di Max Planck.

E' una teoria amata, e spesso odiata anche da chi l'aveva creata, uno dei rari casi in cui, anche chi l'aveva creata, in seguito non ne accetterà le conseguenze (senza che fossero insorte incongruenze od errori).

...alcuni commenti dei padri della MQ.

La Meccanica Quantistica è spesso illogica, in parte oscura...

...ma funziona incredibilmente bene per spiegare quello che si osserva in natura e per prevedere effetti mai osservati prima.

Il momento magnetico dell'elettrone: (misurato in certe unità)

L'Esperimento: $m_e = 1,00115965221 \quad (\pm 4)$

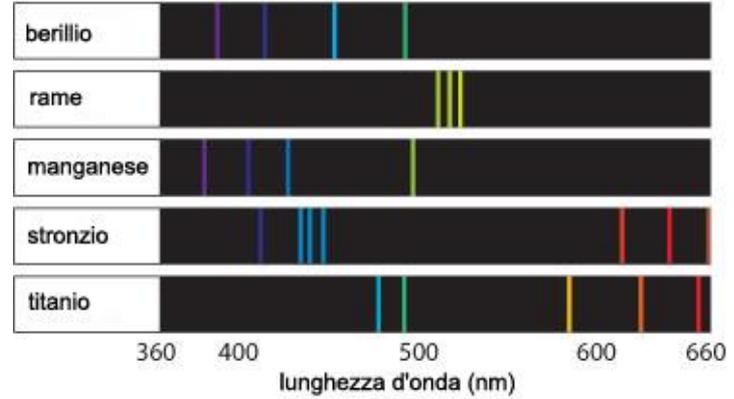
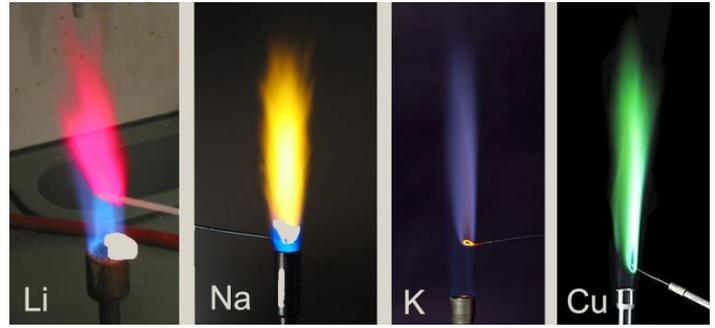
La Teoria: $m_e = 1,00115965246 \quad (\pm 20)$

E' come se calcolassimo, e poi misurassimo la distanza Roma-Milano (circa 600 km) con una precisione di 0,1 cm, cioè di 1 mm.



Gli spettri di emissione/assorbimento

Le sostanze, riscaldate, emettono luce di determinate frequenze (colori), sempre ed esattamente le stesse.



Se poi faccio passare luce di tutte le frequenze (colori) attraverso di loro, ogni sostanza assorbe luce esattamente alle stesse frequenze che emette.



Gli inizi – Tutto “sembra” quasi normale

- Max Planck (1900): risolve il problema dell'emissione «infinita» di energia del corpo nero.
- Einstein (1905): risolve il problema dell'effetto fotoelettrico.
- Bohr (1912): spiega la stabilità degli atomi, le righe spettrali...



La nascita della MQ: Max Planck (19 ottobre 1900)

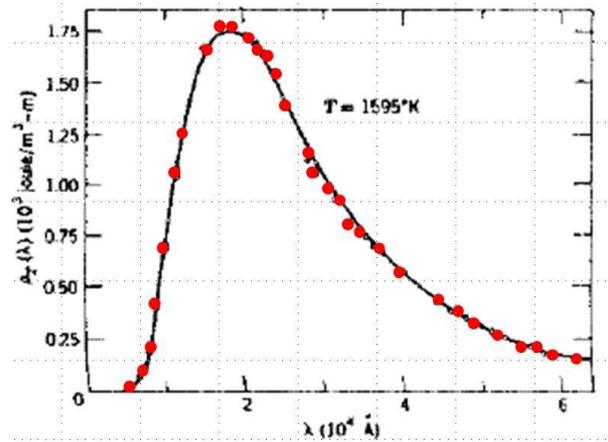
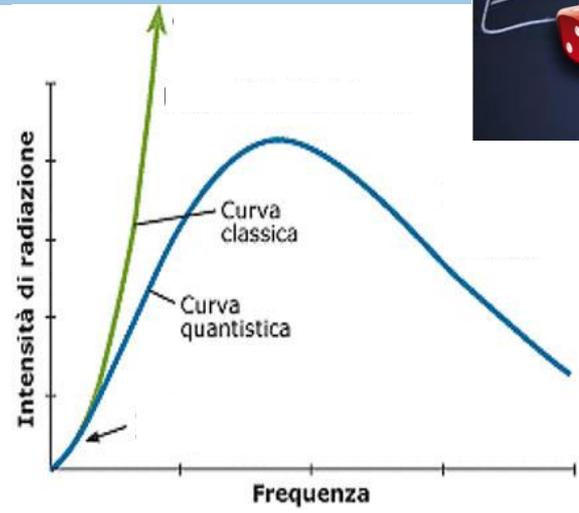


Max Planck (1900): risolve il problema dell'emissione «infinita» di energia del corpo nero:

- L'energia fra radiazione (luce) e materia viene **scambiata** per multipli interi di una grandezza costante: il QUANTO di energia. Il quanto di energia vale $E = hf$; $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, e f è la frequenza dell'onda elettromagnetica.
- Da dove viene questa assunzione? Solo dal tentativo di avere una formula matematica che fornisca delle previsioni accettabili.

Planck non spiega perché funziona...ma funziona!
Le previsioni teoriche descrivono perfettamente i dati sperimentali.

I dati sperimentali e la curva di Planck

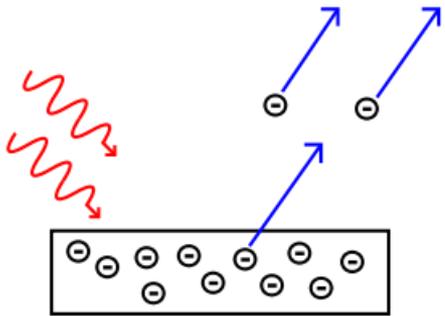


Gli inizi – A. Einstein (17 marzo 1905)

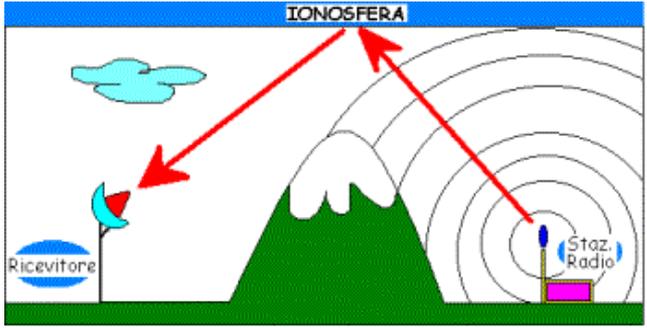
A. Einstein risolve il problema dell'effetto fotoelettrico:

- Se mando luce su di un matallo posso «strappare» elettroni al metallo, ma solo se la luce ha una frequenza minima. Altrimenti non serve aumentare l'intensità della luce...non succede nulla.
- Cosa dice Einstein nel suo articolo:

L'energia della luce è **distribuita** nello spazio con discontinuità: la luce è trasportata da fotoni di energia **$E = hf$** ...



PROBLEMA: Ma la luce non era un'onda?





- Bohr (1912): spiega la stabilità degli atomi, le righe spettrali...:

Gli elettroni, in un atomo, possono muoversi solo su alcune orbite ben definite e immutabili.

- Gli elettroni possono solo saltare da un'orbita all'altra...oppure saltare via.
- Ogni orbita può accogliere un numero massimo di elettroni.

Il caso dell'Idrogeno:

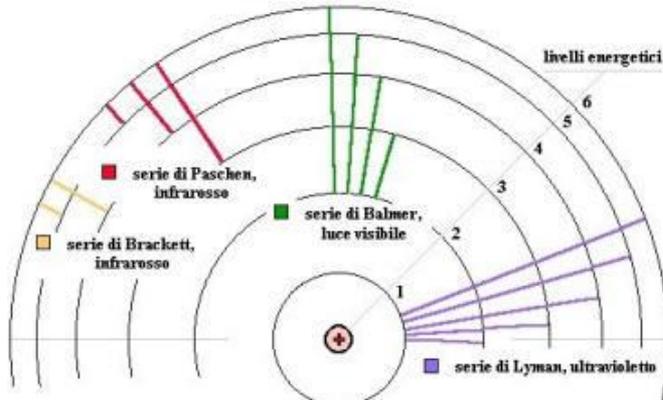


L'atomo di Bohr

Le lunghezze d'onda delle righe erano descritte dalla formula empirica, trovata nel 1888 da J. Rydberg $\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$, dove $n = 3, 4, 5$



- **Bohr**: le righe corrispondono ai salti degli elettroni fra le varie orbite



- Il modello di Bohr descrive correttamente i valori delle lunghezze d'onda relative alle righe emesse dagli atomi.
- Spiega perché gli atomi sono stabili.
- Spiega perché sono tutti identici.

**Perché gli elettroni possono stare solo su certe orbite?
Non si sa...ma così funziona**



De Broglie (1924)

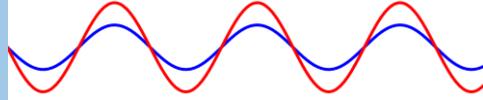
Nella sua tesi di Dottorato De Broglie propone un'ipotesi teorica rivoluzionaria:

- Ad ogni particella di massa **m** e velocità **v** è «associata» un'onda di lunghezza d'onda:

$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad \text{dove } h \text{ è la costante di Planck.}$$

A questo punto dobbiamo vedere bene cosa è un'onda, quali sono le grandezze che la caratterizzano, e le sue proprietà.





Onda:

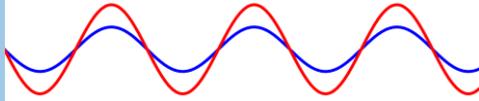
Un'onda è una perturbazione che nasce da una sorgente e si propaga **nel tempo e nello spazio**, trasportando energia o quantità di moto senza comportare un associato spostamento della materia

Ma l'energia che si propaga...che tipo di energia è?
E come è fatta un'onda?

Esempi di onde:

- Le onde del mare
- Le onde sonore
- Le onde su di una corda
- Le onde elettromagnetiche (la luce)





Come si scrive

un'onda che viaggia:

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{A}_0 \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{x} + \varphi\right)$$

$\mathbf{A}(\mathbf{x}, t)$ rappresenta l'ampiezza dell'onda (es. lo spostamento in altezza di un punto della superficie del mare, la pressione dell'aria per la trasmissione dei suoni...) che varia nel tempo (t) e nello spazio (x).

\mathbf{A}_0 : E' l'ampiezza massima dell'onda.

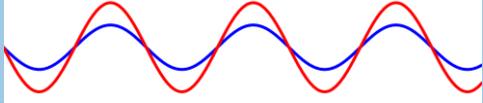
\mathbf{T} : Periodo dell'onda, quanto tempo ci mette a tornare nello stesso stato.

ω : Pulsazione dell'onda legata, è al periodo \mathbf{T} dalla relazione: $\omega = \frac{2\pi}{\mathbf{T}}$

λ : Lunghezza d'onda, è la periodicità dell'onda in funzione della posizione.

φ : Fase, è una grandezza legata all'ampiezza dell'onda all'istante iniziale.

Le onde 3

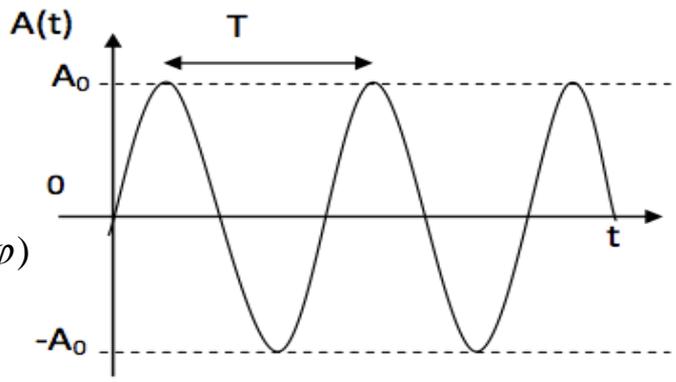


Un'onda si può studiare in funzione della posizione **x** o in funzione del tempo **t**

$$A(x, t) = A_0 \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda} x + \varphi\right)$$

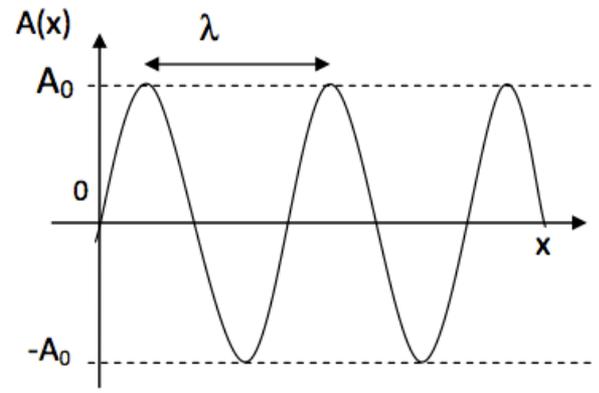
Un osservatore fisso nella posizione $x=0$ misura l'onda **in funzione del tempo:**

$$A(0, t) = A_0 \cos(\omega t + \varphi) = A_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi\right)$$



Un osservatore ad un certo istante di tempo $t=0$ "fotografa" la forma dell'onda **in funzione dello spazio:**

$$A(x, t) = A_0 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x + \varphi\right)$$



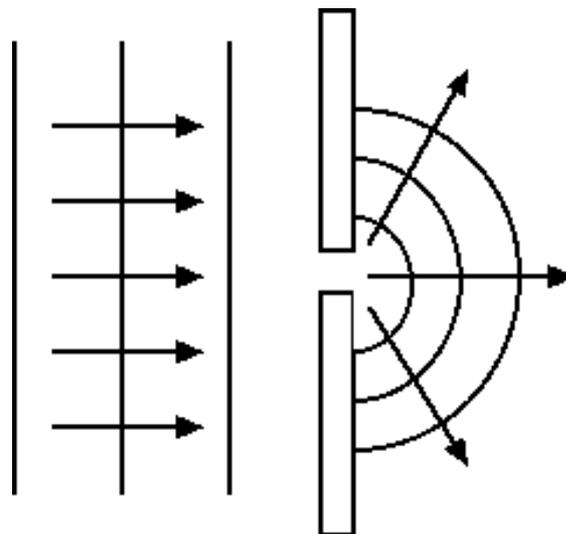
Le onde 4: effetti strani con le onde



Diffrazione:

Un'onda che incontra un ostacolo, genera una serie di onde che possono essere descritte come se l'ostacolo fosse una sorgente di onde sferiche

Se un'onda incide su di uno schermo con un "piccolo foro", al di là dello schermo la luce sarà "come se" fosse stata generata da una sorgente puntiforme posta nel foro.



DIFFRAZIONE

Le onde 4 – L'interferenza di due onde



Si ha quando sommo di due (o più) onde che hanno la stessa frequenza.

Caso particolare in cui le due onde hanno anche la stessa ampiezza A_0 :

$$\left. \begin{aligned} A_1(x_1, t) &= A_0 \cos(\omega_0 t + \frac{2\pi}{\lambda} x_1 + \varphi_1) \\ + \\ A_2(x_2, t) &= A_0 \cos(\omega_0 t + \frac{2\pi}{\lambda} x_2 + \varphi_2) \end{aligned} \right\} =$$

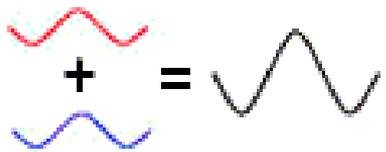
$$A_{TOT}|_{MAX} = A_1 + A_2 = 2A_0 \cos[(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta x + \Delta\varphi)/2]$$

dove: $\Delta x = x_1 - x_2$ e $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$

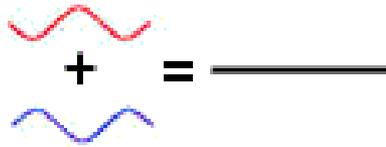
$$\text{se } \Delta x = 0 \Rightarrow A_{MAX}^{TOT} = 2A_0 \cos \frac{\Delta\varphi}{2}$$

Se $\Delta\varphi=0$, ($\cos 0=1$), $A_{TOT} = 2 A_0$

Se $\Delta\varphi=\pi$, ($\cos \pi/2=0$), $A_{TOT} = 0$



**interferenza
costruttiva**



**interferenza
distruttiva**

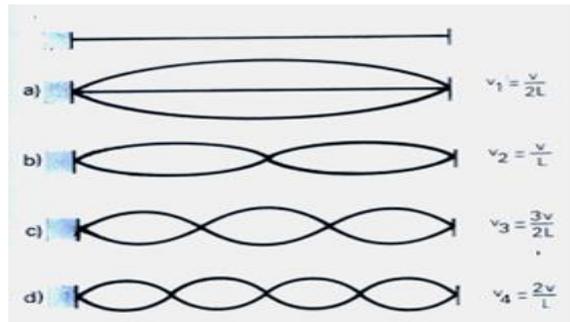
De Broglie: Onde **stazionarie** in un'atomo



VIOLINO



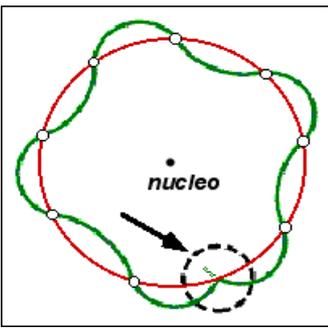
Una corda fissata agli estremi può avere vibrazioni stazionarie solo per determinate frequenze (lunghezze d'onda).



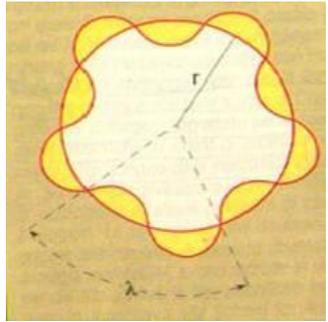
ATOMO:

Se «unisco» gli estremi della corda, ho una curva chiusa.
Se l'onda ha una lunghezza d'onda fissata λ , avrò una vibrazione solo per determinate circonferenze di lunghezza $2\pi r = n\lambda$

NO!
Interferenza
distruttiva



SI!
Interferenza
costruttiva





Quindi:

- Bohr dice che gli elettroni si possono muovere intorno ad un atomo solo su determinate orbite (e funziona).
- De Broglie dice che ad ogni particella è associata un'onda, quindi si comporta «anche» come un'onda; quindi un elettrone intorno ad un atomo può ruotare su determinate orbite, fissate dalle caratteristiche della particella.
- Resta da spiegare cosa vuol dire «associare» un'onda ad una particella...Schrödinger & Heisenberg.

SI!

Interferenza
costruttiva

